

# Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de la Física en Educación Secundaria

Plan de Estudios 2018

Programa del curso

## Cálculo diferencial e integral para Física

Cuarto semestre

**SEP**

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



Primera edición: 2019

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General  
de Educación Superior para Profesionales de la Educación  
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,  
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2019  
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

## Contenido

Propósito y descripción general del curso .....	5
Propósito general.....	5
Descripción .....	5
Sugerencias .....	6
Cursos con los que se relaciona .....	7
Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso....	9
Estructura del curso .....	12
Orientaciones para el aprendizaje y la enseñanza .....	13
Sugerencias de evaluación.....	15
Unidad de aprendizaje I.....	19
Límites en el análisis de modelos científicos.....	19
Unidad de aprendizaje II .....	28
Cálculo diferencial en la Física .....	28
Unidad de aprendizaje III.....	37
Cálculo integral en la física .....	37
Perfil docente sugerido.....	44
Referencias del curso.....	45

Trayecto formativo: **Formación para la enseñanza y el aprendizaje**

Carácter del curso: **Obligatorio**

Horas: **4** Créditos: **4.5**

## Propósito y descripción general del curso

En este curso se estudiarán los conceptos de límite, derivada, diferencial e integral tomando como base los conceptos de razón de cambio, pendiente, recta secante, sucesiones, particiones, métodos de derivación que incluyen funciones algebraicas y trascendentes, así como la derivada de suma de funciones, producto de funciones y regla de la cadena. Así mismo, se abordan los métodos de integración directa, cambio de variable, integración por partes, sustitución trigonométrica e integración por fracciones parciales.

Se recomienda hacer uso del cálculo como herramienta y como lenguaje formal sin profundizar en demostraciones complejas, pero conservando los conceptos, también es pertinente retomar las razones de cambio, vistas en el curso *Mecánica* de primer semestre, y llevarlas a su forma diferencial.

### Propósito general

Que el estudiantado utilice los conceptos de límite, derivada, diferencial y el de integral como una herramienta en el estudio de fenómenos físicos, para que construya y analice modelos teóricos.

### Descripción

El curso *Cálculo diferencial e integral para Física* pertenece al trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje, se ubica en el cuarto lugar del cuarto semestre, con 4.5 créditos que se desarrollan a lo largo de 18 semanas de cuatro horas cada una.

El curso está organizado en tres unidades, cada una de ellas se orienta para desarrollar los tres conceptos fundamentales: límite, derivada e integral. En las tres unidades se incluyen actividades propuestas relacionadas con conceptos físicos como ejemplos que pueden ser utilizados en el aula para integrar el cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas físicos y para el diseño de secuencias didácticas tanto a nivel secundaria como para el nivel medio superior.

Además de las actividades para desarrollar en el aula, se incluye bibliografía que sirve de referencia tanto para el profesorado como para el estudiantado en la que podrá profundizar más sobre los conceptos en caso de que así lo desee, también se proporcionan recursos digitales que pueden ser implementados en el desarrollo de los temas, o bien, en el diseño de estrategias de enseñanza, incluso para interpretar el significado del límite, derivada e integral.

La estructura del curso, en conjunto con las actividades propuestas, promueve el desarrollo del pensamiento abstracto y de competencias como la habilidad matemática, la organización de información y de procesos, además del análisis de fenómenos físicos con mayor profundidad.

Particularmente, las actividades propuestas en la primera unidad de aprendizaje muestran la manera de tratar conjuntos de valores discretos que no provienen necesariamente de una función continua y que, mediante la noción de límite, es posible acercarse a valores instantáneos proporcionados por la derivada o la integral.

## **Sugerencias**

Se recomienda no profundizar en las definiciones formales de límite de una función o de continuidad, pero sí tratar la noción del significado de dichos conceptos en la interpretación de la información dada por el análisis conceptual de modelos científicos referentes a fenómenos físicos.

También se sugiere que, tanto en la parte de cálculo diferencial como en la de integral no se realicen demostraciones complejas de teoremas como pueden ser los de unicidad o existencia, más bien hay que centrar la atención en considerar al cálculo como una herramienta matemática que sirve en la Física para analizar comportamientos dados de ciertos modelos científicos.

Adicionalmente, se recomienda que el docente ayude al estudiante a:

- Lograr la autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Tener perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Participar en el desarrollo de las actividades y formar parte del trabajo colaborativo.
- Lograr una actitud abierta para movilizar saberes previos respecto a los modelos científicos.
- Manejar las herramientas digitales a través de recursos en línea o en aplicaciones en el cálculo de límites, derivadas e integrales.
- Revisar y proponer bibliografía para rescatar hechos históricos.

## **Cursos con los que se relaciona**

La educación llega hasta una persona desde una estructura construida por la sociedad y la forma para ser lo que es, en memoria, pensamientos, sentimientos, percepción, atención y algunas combinaciones, como el carácter, y todo esto depende de los materiales que se le vayan proporcionando. Por lo que la malla curricular es importante para lograr un fin: la formación profesional de profesores y profesoras de Física para educación secundaria o media superior.

Cálculo diferencial e integral para la Física, es una de las ramas básicas de la matemática que se relaciona con el trayecto formativo disciplinar subsecuente. En el mismo semestre, se relaciona con los cursos de *Energía, conservación y transformación*, *Modelos matemáticos en Física*, enriqueciéndose mutuamente y dando pauta para vincularse con los cursos del semestre posterior las cuales son: *Óptica y acústica*, *Evolución del universo*, *Diseño y resolución de problemas en Física*.

Vinculación con cursos del mismo semestre:

*Energía, conservación y transformación*: se utilizarán los conceptos de cálculo diferencial e integral para analizar los modelos de conservación de energía, su producción y transformación.

*Modelos matemáticos en Física*: está estrechamente relacionado a través de la interpretación de funciones, la obtención de máximos y mínimos, así como en el análisis de los límites de validez de modelos científicos.

Vinculación con cursos del semestre posterior:

*Diseño y resolución de problemas en Física*: funciona como una herramienta que permite establecer de manera teórica el diseño de experimentos físicos de manera cuantificable y establecer los límites de validez, contrastando el comportamiento de la naturaleza con los modelos matemáticos.

Este curso fue elaborado por docentes normalistas, personas especialistas en la materia y en el diseño curricular provenientes de las siguientes instituciones: Joel Abiram Barrera Alemán, Vladimir Carlos Martínez Nava y José Guadalupe Rodríguez Muñoz, de la Escuela Normal Superior "Profr. Moisés Sáenz Garza"; María Antonieta Young Vásquez, de la Escuela Normal de Cuautitlán Izcalli; María del Pilar Segarra Alberú, del Departamento de Física de la Facultad de

Ciencias, UNAM; José Antonio Fragoso Uroza, del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias y de la Escuela Nacional Preparatoria 4, UNAM; María del Rosario Adriana Hernández Martínez, de la Escuela Nacional Preparatoria 4, UNAM; Luis Angel Vázquez Peralta, del Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur, UNAM. Especialistas en diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Gladys Añorve Añorve, Sandra Elizabeth Jaime Martínez y María del Pilar González Islas, de la Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación.

## **Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso**

### **Competencias genéricas**

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

### **Competencias profesionales**

*Utiliza conocimientos de la Física y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.*

- Relaciona sus conocimientos de la Física con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.

*Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de Física, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.*

- Relaciona los contenidos de la Física con las demás disciplinas del Plan de Estudios vigente.

*Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.*

- Diseña y utiliza diferentes instrumentos, estrategias y recursos para evaluar los aprendizajes y desempeños de los estudiantes considerando el tipo de saberes de la Física.

*Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes.*

- Promueve relaciones interpersonales que favorezcan convivencias interculturales.

*Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.*

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

*Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.*

- Soluciona de manera pacífica conflictos y situaciones emergentes.

## **Competencias disciplinares**

*Demuestra comprensión profunda de los conceptos y principios físicos fundamentales, al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones y procesos.*

- Analiza problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Resuelve problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Evalúa soluciones y procesos de problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Argumenta al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones con base en el soporte teórico de la Física.

*Construye y compara modelos mentales y científicos, identificando sus elementos esenciales y dominios de validez, como base para la comprensión de los fenómenos físicos.*

- Compara modelos conceptuales actuales de fenómenos físicos con los modelos que históricamente les precedieron y los valora como parte del proceso de construcción del conocimiento científico.

*Utiliza representaciones múltiples para explicar conceptos, procesos, ideas, procedimientos y métodos del ámbito de la Física.*

- Interpreta información dada mediante representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Construye representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Convierte representaciones de una forma a otra.

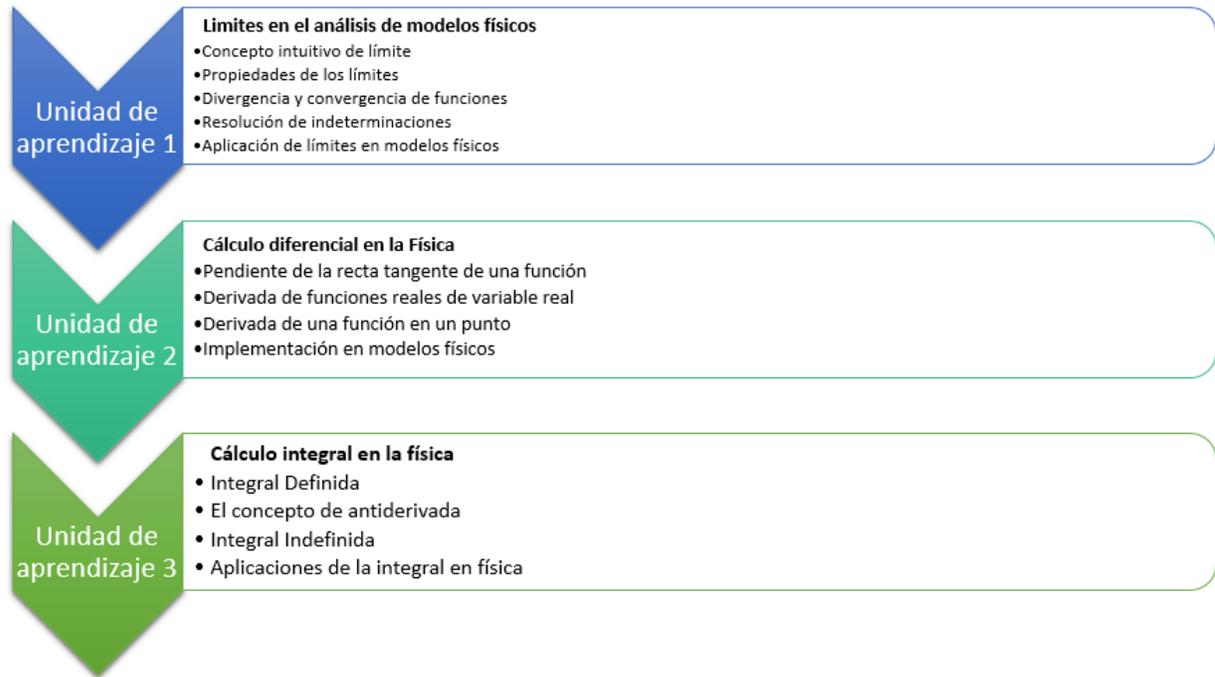
*Diseña y selecciona experimentos como base para la construcción conceptual de la Física.*

- Evalúa la pertinencia de diferentes simulaciones y animaciones de fenómenos físicos de acuerdo con su intención didáctica.
- Diseña y ejecuta experimentos como medio didáctico para la construcción del campo conceptual.

*Representa e interpreta situaciones del ámbito de la Física utilizando las matemáticas como herramienta y lenguaje formal.*

- Emplea modelos matemáticos para establecer relaciones entre variables físicas.
- Traduce un problema físico al lenguaje matemático e interpreta los resultados matemáticos en el contexto físico.
- Maneja procedimientos, relaciones y conceptos matemáticos básicos.

## Estructura del curso



## **Orientaciones para el aprendizaje y la enseñanza**

Para el desarrollo de las actividades de este curso, se sugiere al menos tres reuniones del colectivo docente para planear y monitorear las acciones del semestre e incluso, acordar evidencia de aprendizaje comunes.

Se recomienda incluir a la práctica docente el uso de las tecnologías y el trabajo colaborativo, en tanto que permiten desarrollar de manera transversal las competencias genéricas.

Con objeto de favorecer el desarrollo de las competencias, el profesorado podrá diseñar las estrategias pertinentes a los intereses, contextos y necesidades del grupo que atiende. No obstante, en este curso se presentan algunas sugerencias que tienen relación directa con los criterios de evaluación, los productos, las evidencias de aprendizaje y los contenidos disciplinares, así como con el logro del propósito y las competencias, ello a fin de que al diseñar alguna alternativa se cuiden los elementos de congruencia curricular.

El presente curso está estructurado con base en las competencias genéricas, profesionales y disciplinares de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de la Física (LEyAF) que el estudiantado debe desarrollar durante su proceso de formación, a partir del trabajo individual o con sus pares. Se recomienda que el docente a cargo del curso promueva la autonomía de sus estudiantes, el uso de tecnologías de la información y el lenguaje científico que se ha desarrollado en cursos anteriores para que fortalezca la formalidad necesaria en el ámbito científico. El curso es flexible en el sentido de que el docente puede adaptar sus ideas, sus propuestas de enseñanza y aprendizaje, siempre y cuando se cumpla el propósito general.

De ahí que todas las unidades de aprendizaje contribuyen al desarrollo de competencias profesionales y disciplinares. Sin embargo, es importante que recuerde el carácter transversal de las competencias genéricas y las considere como un referente formativo, ya que éstas le permiten al egresado de cualquier licenciatura regularse como un profesional consciente de los cambios sociales, científicos, tecnológicos y culturales.

Otro aspecto importante a considerar es la interacción entre estudiantes, por ejemplo, al formar equipos, lo cual es una estrategia recomendable que provoca que el estudiantado trabaje en colaboración para alcanzar objetivos comunes. Éstos se benefician de la interacción compartiendo ideas, comprendiendo apropiadamente, articulando su pensamiento y, facilita el proceso de formación del conocimiento; aprenden a pensar colaborativamente, edificando sobre el entendimiento de los otros y negociando los significados cuando sus ideas difieren.

En lo que respecta a los contenidos de las unidades, vale la pena recalcar que tanto la noción de límite, el cálculo diferencial y el integral serán la herramienta de apoyo para poder analizar fenómenos físicos instantáneos o relacionados con magnitudes variables como pueden ser la fuerza, el trabajo, el impulso o incluso para interpretar procesos de la termodinámica y posteriormente, del electromagnetismo.

Se sugiere tener en cuenta lo que menciona Martínez, López, Gras y Torregrosa (2002) sobre comprender al cálculo diferencial e integral de una manera formal, al no hablar sobre intervalos “infinitamente pequeños” también conocidos como infinitesimales, pues hay evidencia de que el concepto de “infinitesimal” confunde a los estudiantes en lugar de ayudarlos a la comprensión de la derivación y de la integración. Por ello, se recomienda establecer el cálculo de derivadas e integrales a partir de la noción de límite, es decir, con procesos al límite.

Se recomienda que el curso inicie con el análisis de indeterminaciones que provienen de cocientes, para poder avanzar hacia la noción de límite, conocer sus propiedades y así poder comprender el concepto de derivada e integral.

En el caso particular de la segunda unidad, se incluye el tema de derivadas de orden superior; sin embargo, se recomienda no profundizar demasiado en estos temas, ya que, para los fines prácticos de los problemas de la física, es suficiente con la segunda derivada, la cual se utiliza en procesos de obtención de máximos y mínimos, o bien, en el cálculo de la aceleración a partir de la función de posición, por lo tanto, las funciones a trabajar en el tema mencionado se proponen que sean algebraicas o trascendentes de una variable.

El cálculo diferencial e integral surgieron históricamente a partir del análisis de fenómenos físicos, por lo que puede resultar atractivo para el estudiantado, y por ello es indispensable, que el docente a cargo del curso promueva esa motivación por investigar e incluso por recuperar sucesos históricos que puedan utilizar según sus intereses educativos como detonantes en su proceso de enseñanza.

## Sugerencias de evaluación

En congruencia con el enfoque del Plan de Estudios, se propone que la evaluación sea un proceso permanente que permita valorar de manera gradual la manera en que cada estudiante moviliza sus conocimientos, pone en juego sus destrezas y desarrollar nuevas actitudes utilizando los referentes teóricos y experienciales que el curso propone.

La evaluación se sustenta en las evidencias de aprendizaje que por cada unidad muestra cada estudiante, lo que posibilita la ponderación y la identificación del logro de las competencias a que contribuye cada una de estas parcialidades.

Es importante tener claro que se deben recolectar evidencias de aprendizaje a lo largo del proceso donde el estudiante pueda ir demostrando el logro de las competencias del perfil de egreso, con la intención de retroalimentar y emitir juicios de valor a partir de un marco de referencia constituido por las unidades de competencia, el logro del propósito de cada unidad de aprendizaje y los criterios de evaluación. Con ello, se podrá identificar aquellas áreas que se requieren fortalecer para alcanzar el nivel de desarrollo esperado en cada uno de los cursos propuestos.

De ahí que las evidencias de aprendizaje se constituyan no sólo en el producto tangible del trabajo que se realiza, sino particularmente en el logro de una competencia que articula sus tres esferas: conocimientos, destrezas y actitudes.

La elaboración de cada evidencia se valorará considerando el alcance de la misma en función del aprendizaje a demostrar. La ponderación podrá determinarla el profesorado titular del curso de acuerdo con las necesidades, intereses y contextos de la población normalista que atiende.

A continuación, se proponen las siguientes evidencias, de las cuales pueden elegir y considerar las que, a su criterio, sean necesarias para dar cuenta del logro de los propósitos en cada unidad de aprendizaje, así como al cumplimiento, por parte del estudiantado, de los criterios de evaluación sugeridos en cada unidad.

La primera evidencia de aprendizaje consiste en **la determinación de una magnitud física (aceleración) mediante un proceso al límite**, por lo que el docente podrá optar por alguno de los siguientes productos para el análisis del concepto de aceleración instantánea:

- Infografía del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Presentación del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Escrito del análisis del concepto de aceleración instantánea.

Como actividad integradora de la primera unidad, se sugiere el diseño de una estrategia de enseñanza y aprendizaje del concepto de velocidad o aceleración instantánea haciendo uso de la noción de límite.

En la segunda unidad, la evidencia de aprendizaje consiste en la **solución de una situación problema mediante el cálculo diferencial**, por lo que se propone **alguno** de los siguientes productos para el análisis del concepto de aceleración instantánea:

- Infografía del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Presentación del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Escrito del análisis del concepto de aceleración instantánea.

Como actividad integradora de la segunda unidad, se propone realizar un diseño experimental que complemente una estrategia de enseñanza y aprendizaje donde el estudiante normalista utilice el cálculo diferencial para predecir el comportamiento de un sistema físico.

La evidencia de aprendizaje sugerida en la tercera unidad, consiste en la **resolución de un problema real mediante el uso del cálculo integral**, por lo que se sugiere una presentación que incluya la interpretación de fenómenos físicos en **alguna** de las siguientes opciones:

- Obtención de las ecuaciones de movimiento con aceleración constante.
- Cálculo del trabajo realizado por fuerzas variables.
- Interpretación del teorema trabajo-energía o del de impulso momento.

Como **proyecto integrador** se recomienda plantear una situación o problema teórico al inicio del curso la cual se tenga que ir resolviendo a lo largo de las unidades, algunos ejemplos son:

#### Situación 1

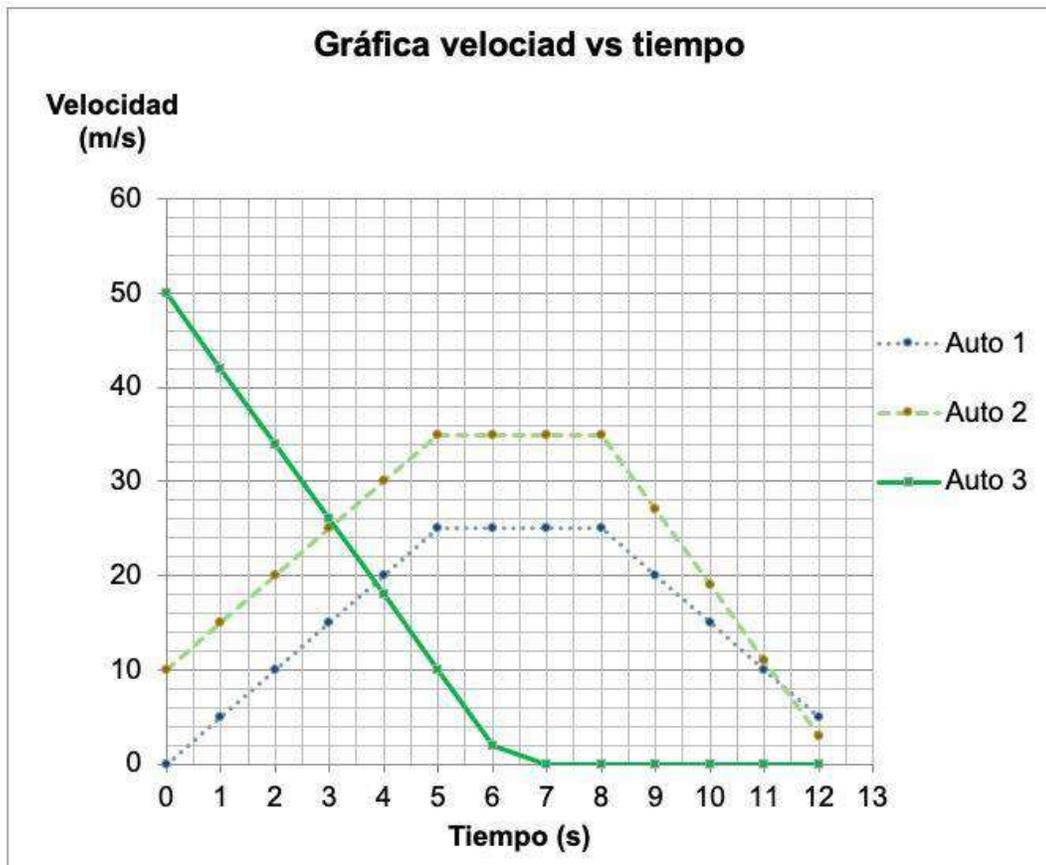
Se puede considerar la situación de un automóvil el cual va en una carretera y se observa que la rapidez que tiene el auto en el velocímetro varía según el camino, considerando sólo la velocidad.

¿Cómo determinar cuánto se desplazó el auto en un cierto intervalo de tiempo con los datos obtenidos del velocímetro?

¿Cómo determinar la aceleración con los datos del velocímetro?

## Situación 2

La velocidad de tres autos que se mueven en línea recta en diferentes carriles sobre una carreta se graficó en función del tiempo como se muestra en la siguiente figura:



Con base en la gráfica anterior:

- ¿En qué intervalo de tiempo el auto 1 y el auto 2 llegan a tener la misma velocidad?
- ¿En qué intervalo de tiempo el auto 1 tiene una aceleración nula?
- ¿Qué auto o autos tienen una velocidad inicial nula?
- ¿Qué auto o autos se recorrió más distancia en su trayecto?

- Realiza la gráfica “aceleración vs tiempo” del auto 3, teniendo en cuenta la escala correspondiente.
- Realiza la gráfica “posición vs tiempo del auto 3, teniendo en cuenta la escala correspondiente.
- Determina la expresión que representa la posición en función del tiempo del auto 3 si parte de una posición inicial de 20 m con respecto al origen.

Así mismo, se puede optar por implementar un aprendizaje basado en problemas (ABP) donde se implemente el cálculo diferencial e integral en el análisis y propuestas de soluciones a la problemática que se plantee. Se recomienda que en la medida de lo posible se haga trabajo colegiado con los docentes de las demás asignaturas del semestre, en especial con el curso de *Energía, conservación y transformación* y el de *Modelos matemáticos en Física*, la conjunción se puede dar al establecer un proyecto integrador en conjunto donde se aborden diferentes aspectos del proyecto en cada uno de los cursos.

No está de más resaltar que en la acreditación de este curso se deben tomar en cuenta las Normas de control Escolar aprobadas para los planes 2018, que en su punto 5.3, inciso e menciona “La acreditación de cada unidad de aprendizaje será condición para que el estudiante tenga derecho a la evaluación global” y en su inciso f, se especifica que “la evaluación global del curso pondera las calificaciones de las unidades de aprendizaje que lo conforman, y su valoración no podrá ser mayor del 50%. La evidencia final tendrá asignado el 50% restante a fin de completar el 100%.” (SEP, 2019, p. 16.)

## **Unidad de aprendizaje I. Límites en el análisis de modelos científicos**

### **Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje**

#### **Competencias genéricas**

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

#### **Competencias profesionales**

*Utiliza conocimientos de la Física y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.*

- Relaciona sus conocimientos de la Física con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.

*Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de Física, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.*

- Relaciona los contenidos de la Física con las demás disciplinas del Plan de Estudios vigente.

*Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.*

- Diseña y utiliza diferentes instrumentos, estrategias y recursos para evaluar los aprendizajes y desempeños de los estudiantes considerando el tipo de saberes de la Física.

*Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes.*

- Promueve relaciones interpersonales que favorezcan convivencias interculturales.

*Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.*

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

*Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.*

- Soluciona de manera pacífica conflictos y situaciones emergentes.

### **Competencias disciplinares**

*Demuestra comprensión profunda de los conceptos y principios físicos fundamentales, al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones y procesos.*

- Analiza problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Resuelve problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Evalúa soluciones y procesos de problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Argumenta al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones con base en el soporte teórico de la Física.

*Utiliza representaciones múltiples para explicar conceptos, procesos, ideas, procedimientos y métodos del ámbito de la Física.*

- Interpreta información dada mediante representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.

- Construye representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Convierte representaciones de una forma a otra.

*Representa e interpreta situaciones del ámbito de la Física utilizando las matemáticas como herramienta y lenguaje formal.*

- Emplea modelos matemáticos para establecer relaciones entre variables físicas.
- Traduce un problema físico al lenguaje matemático e interpreta los resultados matemáticos en el contexto físico.
- Maneja procedimientos, relaciones y conceptos matemáticos básicos.

## **Propósito de la unidad de aprendizaje**

Calcular límites de funciones a partir de la noción de límite para interpretar conceptos y modelos físicos.

## **Contenidos**

Concepto intuitivo de límite

- Indeterminaciones y discontinuidades de funciones
- Límites laterales
- Límite de una función

Propiedades de los límites

- Suma y producto de funciones

Divergencia y convergencia de funciones

Resolución de indeterminaciones

- Tipo 0/0
- Tipo infinito/infinito

Aplicación de límites en modelos físicos

- Velocidad y aceleración instantánea

- Impulso
- Fuerza gravitatoria
- Gas ideal

## Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias didácticas para abordar los contenidos de la unidad, cada docente formador podrá adaptarlas o sustituirlas de acuerdo a los intereses, contextos y necesidades del grupo que atiende.

Se propone que para abordar los contenidos de la unidad se retomem situaciones problema las cuales involucran implementar de manera intuitiva el concepto de límite, de preferencia alguna tratada en cursos anteriores, por ejemplo, se tiene la siguiente situación:

### Caída libre

Suponga que se deja caer una pelota desde la plataforma de observación de la Torre Latino, 182 m por encima del nivel del suelo ¿con qué velocidad impacta en el suelo?, ¿qué velocidad tendrá a la mitad del camino?, ¿qué velocidad tiene a los 4 segundos?

Para utilizar este ejemplo como motivación, hay que recordar que la posición que realiza cualquier cuerpo en caída libre sobre la superficie terrestre, despreciando la fricción con el aire, es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido. Si la posición después de un intervalo de tiempo  $t$  (medido en segundos) se representa con  $x(t)$  (la cual se mide en metros), la ecuación que la representa es:  $x(t) = 4.9 t^2$ .

La dificultad para hallar la velocidad después de 4 s es que trata con un solo instante  $t = 4$ , de modo que no interviene un intervalo. Sin embargo, se puede obtener una aproximación de la cantidad deseada calculando la velocidad media durante el breve intervalo de una décima de segundo, desde  $t = 4$  s hasta  $t = 4.1$  s:

$$\text{velocidad media} = \frac{\text{cambio de posición}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

o bien,

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4.1) - x(4)}{4.1 \text{ s} - 4 \text{ s}} = \frac{4.9(4.1)^2 - 4.9(4)^2}{0.1 \text{ s}} = \frac{82.36 \text{ m} - 78.40 \text{ m}}{0.1 \text{ s}} = \frac{3.96 \text{ m}}{0.1 \text{ s}} = 39.6 \text{ m/s}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados de cálculos similares de la velocidad promedio durante periodos sucesivamente cada vez más pequeños.

Intervalo de tiempo [s]	Velocidad media [m/s]
$4 \leq t \leq 5$	44.1000
$4 \leq t \leq 4.1$	39.6900
$4 \leq t \leq 4.05$	39.4450
$4 \leq t \leq 4.01$	39.2490
$4 \leq t \leq 4.001$	39.2049
$4 \leq t \leq 4.0001$	39.2004

Se puede observar que conforme el intervalo de tiempo se aproxima a cero, la velocidad media se aproxima a 39.2 m/s. Se puede concluir entonces que la **velocidad instantánea** en  $t = 4$  s, se define como el valor límite de la velocidad media alrededor de 4 s, durante intervalos de tiempo cada vez más pequeños. En estos términos, la velocidad instantánea en  $t = 4$  s es  $v(4 \text{ s}) = 39.2$  m/s.

Así la expresión que relaciona la velocidad media con la instantánea está dada por:

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Este es sólo un ejemplo donde el docente a cargo del curso puede tomarlo en cuenta para abordar los contenidos, o proponer algún otro que tenga relación con las asignaturas disciplinares de semestres anteriores, como ejemplo está la aceleración instantánea que también se puede expresar como un límite.

Dado que la primera evidencia de aprendizaje consiste en la determinación de una magnitud física mediante el **límite de funciones**, se propone elegir alguno de los siguientes productos para el análisis de algún problema real que involucre en su solución el concepto de límite contextualizado en la disciplina: *a) Infografía, b) Presentación, utilizando las TIC, y c) Escrito.* Estas opciones no representan una limitación para el docente, por lo que podrá optar o sugerir algún otro tipo de producto que permita la evidencia del aprendizaje.

Adicionalmente, como actividad integradora de la unidad se sugiere considerar el diseño de una estrategia de enseñanza y aprendizaje para abordar el concepto de velocidad instantánea, contextualizado en el nivel de educación secundaria o media superior. Si se opta el nivel medio superior, se propone dar una interpretación gráfica de la velocidad instantánea como el límite de la velocidad media para un valor del tiempo fijo.

Es importante que el docente acompañe al estudiantado durante la elaboración de la estrategia de enseñanza y aprendizaje, tanto para retroalimentar oportunamente como para dar cuenta del proceso de formación que se está suscitando en cada estudiante (evaluación formativa) y con ello orientar su intervención docente para el logro del propósito de la unidad y el cumplimiento de los criterios de evaluación.

Se sugiere que en medida de lo posible las evidencias de aprendizaje de la unidad se realicen de manera colaborativa, para enriquecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes y tener esta referencia de trabajo para su futura vida laboral.

### **Proyecto integrador**

En esta primera unidad el estudiantado dará solución a una situación planteada, utilizando el concepto de límite. Se recomienda que se establezca una bitácora donde, de manera individual, cada estudiante escriba el proceso que está llevando para solucionar la situación planteada, describir la relación existente en los temas que se están abordando, así como destacar los procesos y actitudes que va tomando al momento de comenzar a resolver dicha situación.

Se recomienda que en plenaria, con el consenso del estudiantado y el docente a cargo del grupo, se elabore un instrumento de evaluación para la bitácora que se comenzará a elaborar a partir de esta unidad, dicho instrumento deberá considerar los propósitos de las unidades así como los criterios de evaluación correspondientes. Con ello, tanto el docente como los pares del estudiante podrán retroalimentar y orientar el trabajo que se está haciendo de manera continua, considerando en este punto sólo una evaluación formativa.

## Evidencias

El docente puede escoger las evidencias necesarias para evaluar el logro del propósito de la unidad por parte del estudiante, por lo que se hace alusión a la experiencia del docente para que determine cuáles productos escoger y en qué momentos utilizarlos, así como el proponer otros productos acordes a los criterios de evaluación. Se propone utilizar alguna de las siguientes opciones:

- Infografía del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Presentación del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Escrito del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- Junto con el: diseño de una estrategia de enseñanza y aprendizaje del concepto de velocidad o aceleración instantáneas.

## Criterios de evaluación

### Conocimientos

- Interpreta conceptos y modelos físicos a partir de la noción de límite.
- Calcula límites de funciones para analizar modelos físicos.
- Utiliza las propiedades de los límites para la resolución de problemas físicos.

### Habilidades

- Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para búsqueda de información y sistematización de la misma.
- Comunica claramente la información en forma verbal, escrita y digital.
- Identifica las características y contextos de los estudiantes para diseñar una situación de enseñanza y aprendizaje pertinente.
- Vincula los conocimientos de la Física con los contenidos de otras disciplinas para la resolución de las situaciones planteadas.
- Reflexiona sobre su intervención y el proceso de evaluación para favorecer los aprendizajes de sus estudiantes.

### Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Tiene perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Participa en el desarrollo de las actividades y forma parte del trabajo colaborativo.
- Refleja una actitud abierta para movilizar saberes previos respecto a los modelos científicos.

- Considera los ambientes de aprendizaje colaborativos para favorecer las relaciones interpersonales y el logro de aprendizajes en el diseño de su situación didáctica.
- Valores
- Respeta las opiniones, ideas y participaciones de sus pares y del profesor.
- Colabora durante el trabajo en equipo.
- Muestra solidaridad con las aportaciones e ideas en los proyectos (comparte aportaciones e ideas al equipo de trabajo).

## Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

**Arismendi, H., Carrillo, M. y Lara, M.** (2016). *Cálculo*. México: UNAM. Versión electrónica disponible en <http://valle.fciencias.unam.mx/licenciatura/bibliografia/arismendi.pdf>

**De Oteyza, E.** (2006). *Conocimientos fundamentales de Matemáticas. Cálculo Diferencial e Integral*. México: Pearson/UNAM.

**Stewart, J.** (2008). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas*. México: Thomson Learning.

## Bibliografía complementaria

**Leithold, L.** (1998). *El Cálculo*. México: Oxford.

## Recursos de apoyo

El Traductor de Ingeniería (Canal) (2019). LÍMITES-Clase Completa: Explicación desde Cero | El Traductor. [YouTube]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=pYVVPqphPS0>

García, P. (s/f). *Aplicaciones físicas de la derivada*. Disponible en [http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO\\_III\\_DERIVADA\\_II.pdf](http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO_III_DERIVADA_II.pdf).

GeoGebra (s/f). *Recursos para el aula*. Disponible en <https://www.geogebra.org/t/calculus>.

Khan Academy (s/f). *Cálculo diferencial*. Disponible en <https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

Mathway (s/f). *Calculo* [APP]. Disponible en <https://www.mathway.com/es/Calculus>

TECtv La Señal de la Ciencia (Canal) (2015). Grandes temas de la matemática: Capítulo 10: Noción de límite. [YouTube]. Disponible en [https://www.youtube.com/watch?v=eCB\\_Jr\\_VKyg](https://www.youtube.com/watch?v=eCB_Jr_VKyg)

## **Unidad de aprendizaje II. Cálculo diferencial en la Física**

### **Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje**

#### **Competencias genéricas**

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

#### **Competencias profesionales**

*Utiliza conocimientos de la Física y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.*

- Relaciona sus conocimientos de la Física con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.

*Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de Física, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.*

- Relaciona los contenidos de la Física con las demás disciplinas del Plan de Estudios vigente.

*Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.*

- Diseña y utiliza diferentes instrumentos, estrategias y recursos para evaluar los aprendizajes y desempeños de los estudiantes considerando el tipo de saberes de la Física.

*Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes.*

- Promueve relaciones interpersonales que favorezcan convivencias interculturales.

*Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.*

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

*Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.*

- Soluciona de manera pacífica conflictos y situaciones emergentes.

### **Competencias disciplinares**

*Demuestra comprensión profunda de los conceptos y principios físicos fundamentales, al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones y procesos.*

- Analiza problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Resuelve problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Evalúa soluciones y procesos de problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Argumenta al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones con base en el soporte teórico de la Física.

*Construye y compara modelos mentales y científicos, identificando sus elementos esenciales y dominios de validez, como base para la comprensión de los fenómenos físicos.*

- Compara modelos conceptuales actuales de fenómenos físicos con los modelos que históricamente les precedieron y los valora como parte del proceso de construcción del conocimiento científico.

*Utiliza representaciones múltiples para explicar conceptos, procesos, ideas, procedimientos y métodos del ámbito de la Física.*

- Interpreta información dada mediante representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Construye representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Convierte representaciones de una forma a otra.

*Diseña y selecciona experimentos como base para la construcción conceptual de la Física.*

- Evalúa la pertinencia de diferentes simulaciones y animaciones de fenómenos físicos de acuerdo con su intención didáctica.

*Representa e interpreta situaciones del ámbito de la Física utilizando las matemáticas como herramienta y lenguaje formal.*

- Emplea modelos matemáticos para establecer relaciones entre variables Físicas.
- Traduce un problema físico al lenguaje matemático e interpreta los resultados matemáticos en el contexto físico.
- Maneja procedimientos, relaciones y conceptos matemáticos básicos.

## **Propósito de la unidad de aprendizaje**

Que el estudiantado aplique el cálculo diferencial, mediante la construcción de esquemas, gráficas y límites de funciones, para resolver problemas teóricos sobre fenómenos físicos.

## **Contenidos**

Pendiente de la recta tangente de una función

- Límite del cociente de Newton
- Límite del cociente de Leibniz
- Pendiente de la recta tangente

#### Derivada de funciones reales de variable real

- Propiedades de la derivada
  - Suma y multiplicación por escalar
- Métodos de derivación
  - Multiplicación y división de funciones, regla de la cadena
- Derivadas de funciones algebraicas y trascendentes
- Derivadas de orden superior

#### Derivada de una función en un punto

- Aproximación lineal en un punto
- Definición de diferencial

#### Implementación en modelos físicos

- Determinación de magnitudes físicas
- Máximos y mínimos

### **Actividades de aprendizaje**

A continuación, se presentan algunas sugerencias didácticas para abordar los contenidos de la unidad, cada docente formador podrá adaptarlas o sustituirlas de acuerdo a los intereses, contextos y necesidades del grupo que atiende.

Se propone que para abordar los contenidos de la unidad se retomen los aprendizajes de cursos anteriores, como lo son *Mecánica*, de primer semestre, *Materia y sus interacciones*, de segundo semestre y *Termodinámica*, de tercer semestre.

Un ejemplo concreto para abordar los contenidos es retomar alguna función de la posición respecto al tiempo de una partícula en movimiento en una sola dirección, vista en el curso de *Mecánica* con un contexto, ya sea en un MRU o un MRUA o inclusive en un MCU, esto se puede hacer planteando un problema o situación detonadora que esté relacionado con esto, por ejemplo, la posición en función del tiempo obtenida para la caída libre de un objeto que en  $t = 0$  s parte del origen y del reposo, donde la expresión algebraica es:

$$y(t) = -4.9 t^2$$

Donde  $y(t)$  representa a la posición medida en metros en función del tiempo  $t$  medido en segundos.

A partir de dicha situación, se propone plantear diferentes preguntas que induzcan a abordar la temática, por ejemplo:

¿Cómo se puede determinar la velocidad del objeto en un punto intermedio antes de caer?

¿Cómo se puede determinar la aceleración del objeto?

Para contestarlas se sugiere determinar:

- A) La posición en diferentes tiempos ( $t = 0, 1.01, 5, \text{ y } 10 \text{ s}$ ).
- B) Desplazamiento en diferentes intervalos de tiempo, por ejemplo, en el intervalo de tiempo que va de  $t = 1.01 \text{ s}$  a  $t = 10 \text{ s}$ .
- C) La velocidad en función tiempo.
- D) La velocidad en diferentes tiempos ( $t = 0, 1.01, 5, \text{ y } 10 \text{ s}$ ).
- E) El cambio de velocidad en diferentes intervalos de tiempo, por ejemplo, en el intervalo de tiempo que va de  $t = 1.01 \text{ s}$  a  $t = 10 \text{ s}$ .
- F) La aceleración en función del tiempo.
- G) La aceleración en diferentes tiempos ( $t = 0, 1.01, 5, \text{ y } 10 \text{ s}$ ).
- H) Las gráficas de posición, velocidad y aceleración.

Se sugiere utilizar otras preguntas que vinculen la física con la derivada y así motivar el abordaje de la temática de la unidad.

Algunas otras situaciones que puede considerar el docente sin que esto sea limitativo es:

- La altura máxima en el tiro parabólico o vertical.
- El ángulo de inclinación para el cual se maximiza la distancia de alcance en el tiro parabólico.
- Potencia entregada o disipada en un sistema cuando la transferencia de energía no es lineal.
- Cálculo del calor específico de un material o sustancia cuando la transferencia de energía por calor no es constante.
- Cualquier otro que el docente a cargo del curso considere relevante.

Como evidencia de aprendizaje se propone la resolución de algún problema real que involucre el cálculo diferencial contextualizado en la disciplina, para lo cual podrá elegir alguno de los siguientes productos para el análisis del concepto de aceleración instantánea: *a)* Infografía, *b)* Presentación utilizando las TIC, y *c)* Escrito. Estas opciones no representan una limitación para el docente, por lo que podrá optar o sugerir algún otro tipo de producto que permita la evidencia del aprendizaje.

Adicionalmente, como actividad integradora de la unidad se sugiere considerar el diseño de una estrategia de enseñanza y aprendizaje en el nivel medio superior donde se dé una interpretación gráfica de la velocidad instantánea como la pendiente de la línea tangente a la función de posición en un punto. De la misma forma, si se opta por considerar el caso del nivel secundaria, se propone realizar un diseño experimental que complemente una estrategia de enseñanza y aprendizaje donde el estudiante normalista utilice el cálculo diferencial para predecir el comportamiento de un sistema físico, puede ser la altura máxima de un tiro vertical, o el alcance máximo en un tiro parabólico, o inclusive, relacionarlo con el proyecto integrador del curso *Energía, transformación y cambio*, al realizar el diseño experimental de la secuencia que se sugiere en dicho programa mediante el cálculo diferencial.

### **Proyecto integrador**

En esta segunda unidad se recomienda guiar al estudiantado en la solución de la situación planteada utilizando el cálculo diferencial, registrando su avance en la bitácora, donde de manera individual cada estudiante escriba el proceso que está llevando para solucionar la situación planteada, así como la relación existente en los temas que se están abordando, destacando los procesos y actitudes que va tomando al momento de comenzar a resolver dicha situación.

Hay que recordar que tanto el docente como los pares del estudiante podrán retroalimentar y orientar el trabajo que se está haciendo de manera continua, considerando en este punto sólo una evaluación formativa basándose en el instrumento de evaluación consensuado en la primera unidad.

## Evidencias

El docente puede escoger las evidencias necesarias para evaluar el logro del propósito de la unidad por parte del estudiante, por lo que se hace alusión a la experiencia del docente para que determine cuáles productos escoger y en qué momentos utilizarlos, así como el proponer otros productos acordes a los criterios de evaluación. Se propone utilizar alguna de las siguientes opciones:

- a) Infografía del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- b) Presentación del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- c) Escrito del análisis del concepto de aceleración instantánea.
- d) Diseño experimental que complemente a una estrategia de enseñanza y aprendizaje donde el estudiante normalista utilice el cálculo diferencial.

## Criterios de evaluación

### Conocimientos

- Representa a la derivada como un proceso al límite.
- Interpreta a la derivada como la pendiente de la recta tangente de una función escalar de variable real en un punto.
- Interpreta a la diferencial de una función en un punto como la mejor aproximación lineal de la función cerca del punto.
- Utiliza los conceptos de derivada y diferencial en la resolución de problemas teóricos.

### Habilidades

- Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para búsqueda de información y sistematización de la misma.
- Comunica claramente la información en forma verbal, escrita y en forma digital.
- Utiliza simulaciones o animaciones de fenómenos físicos según su intención didáctica.
- Construye esquemas, gráficas y límites de funciones para la resolución de problemas.
- Identifica las características y contextos de los estudiantes para diseñar una situación de enseñanza y aprendizaje pertinente.
- Vincula los conocimientos de la Física con los contenidos de otras disciplinas para la resolución de las situaciones planteadas.

- Reflexiona sobre su intervención y el proceso de evaluación para favorecer los aprendizajes de sus estudiantes.

#### **Actitudes**

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Tiene perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Participa en el desarrollo de las actividades y forma parte del trabajo colaborativo.
- Refleja una actitud abierta para movilizar saberes previos respecto a los modelos científicos.

#### **Valores**

- Respeta las opiniones, ideas y participaciones de sus pares y del profesor.
- Colabora durante el trabajo en equipo.
- Muestra solidaridad con las aportaciones e ideas en los proyectos (comparte aportaciones e ideas al equipo de trabajo).

## Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

**Arismendi, H., Carrillo, M. y Lara, M.** (2016). *Cálculo*. México: UNAM. Versión electrónica disponible en <http://valle.fciencias.unam.mx/licenciatura/bibliografia/arismendi.pdf>.

**Martínez, J., López, R., Gras, A. y Torregrosa, G.** (2002). La diferencial no es un incremento infinitesimal. Evolución del concepto de diferencial y su clasificación en la enseñanza de la Física. En *Enseñanza de las ciencias*, vol. 20, núm. 2, pp. 271-283.

## Bibliografía complementaria

**López, R.** (2014). *Resolución de problemas en cálculo mediante nuevas tecnologías*. (Tesis de doctoral). España: Universidad de Granada. Disponible en <https://digibug.ugr.es/handle/10481/34712>.

## Recursos de apoyo

**Derivando** (2016). ¿Qué son las derivadas? [YouTube]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=AzTGmJGIpI8&t=2s>.

**García, P.** (s/f). Aplicaciones físicas de la derivada. Disponible en: [http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO\\_III\\_DERIVADA\\_III.pdf](http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO_III_DERIVADA_III.pdf).

**GeoGebra** (s/f). Recursos para el aula. Disponible en <https://www.geogebra.org/t/calculus>.

**Mathway** (s/f). Calculo [APP]. Disponible en <https://www.mathway.com/es/Calculus>.

**Scherfgen, D.** (2019). Calculadora de derivadas. Disponible en <https://www.calculadora-de-derivadas.com/>

## **Unidad de aprendizaje III. Cálculo integral en la física**

### **Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje**

#### **Competencias genéricas**

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

#### **Competencias profesionales**

*Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.*

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

*Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.*

- Soluciona de manera pacífica conflictos y situaciones emergentes.

### **Competencias disciplinares**

*Demuestra comprensión profunda de los conceptos y principios físicos fundamentales, al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones y procesos.*

- Analiza problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Resuelve problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Evalúa soluciones y procesos de problemas teóricos, experimentales, cuantitativos, cualitativos, abiertos y cerrados asociados a fenómenos físicos y procesos tecnológicos.
- Argumenta al plantear, analizar, resolver problemas y evaluar sus soluciones con base en el soporte teórico de la Física.

*Construye y compara modelos mentales y científicos, identificando sus elementos esenciales y dominios de validez, como base para la comprensión de los fenómenos físicos.*

- Compara modelos conceptuales actuales de fenómenos físicos con los modelos que históricamente les precedieron y los valora como parte del proceso de construcción del conocimiento científico.

*Utiliza representaciones múltiples para explicar conceptos, procesos, ideas, procedimientos y métodos del ámbito de la Física.*

- Interpreta información dada mediante representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Construye representaciones verbales, iconográficas, gráficas, esquemáticas, algebraicas y tabulares.
- Convierte representaciones de una forma a otra.

*Diseña y selecciona experimentos como base para la construcción conceptual de la Física.*

- Diseña y ejecuta experimentos como medio didáctico para la construcción del campo conceptual.

*Representa e interpreta situaciones del ámbito de la Física utilizando las matemáticas como herramienta y lenguaje formal.*

- Emplea modelos matemáticos para establecer relaciones entre variables Físicas.
- Traduce un problema físico al lenguaje matemático e interpreta los resultados matemáticos en el contexto físico.
- Maneja procedimientos, relaciones y conceptos matemáticos básicos.

### **Propósito de la unidad de aprendizaje**

Que el estudiantado utilice el cálculo integral mediante la construcción de esquemas, gráficas y límites de funciones, para resolver problemas teóricos sobre fenómenos físicos.

### **Contenidos**

Integral definida

- Área debajo de la gráfica de una función
  - Aproximación mediante sumas inferiores
  - Aproximación mediante sumas superiores
- Área debajo de una gráfica y su relación con el concepto de límite

El concepto de antiderivada

- Teorema fundamental del cálculo

Integral indefinida

- Propiedades de la integral
- Métodos de integración

Aplicaciones de la integral en física

- Obtención de las ecuaciones de movimiento con integración
- Cálculo del trabajo para fuerzas no constantes

## Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias didácticas para abordar los contenidos de la unidad, cada docente formador podrá adaptarlas o sustituirlas de acuerdo a los intereses, contextos y necesidades del grupo que atiende.

Para abordar los contenidos de la unidad se recomienda analizar el caso del Movimiento Uniformemente Acelerado, ya que resulta relevante el uso de la integral para la obtención de las ecuaciones de movimiento, por ello, con la intención de que el estudiantado obtenga dichas ecuaciones para móviles que puede encontrar en su día a día, se propone que consulten la información sobre un auto popular en: [https://auto.ferrari.com/es\\_ES/automoviles/gama/ferrari-portofino/](https://auto.ferrari.com/es_ES/automoviles/gama/ferrari-portofino/)

También pueden consultar la información de otros autos o páginas web distintas, siempre y cuando la referencia permita el desarrollo de la actividad.

Con base en la información proporcionada en la página, se propone realizar el análisis de los primeros 15 s del movimiento en línea recta de un Ferrari Portofino que parte del reposo en una posición inicial de 100 m, acelera de forma constante hasta alcanzar su rapidez máxima y después la mantiene constante hasta los 15 s de iniciado el movimiento. Tomando en cuenta esta información y la lectura realizada en la página proporcionada, se deberá de calcular y/o construir:

- a. La aceleración a partir del cambio de velocidad señalado en la lectura.
- b. La función de aceleración para el intervalo de los 15 s.
- c. La función de velocidad para el intervalo de los 15 s.
- d. El momento en el que alcanza su velocidad máxima.
- e. El valor de su velocidad máxima.
- f. La función de posición para el intervalo de los 15 s.
- g. El desplazamiento realizado por el Ferrari durante los primeros 15 s.
- h. Bosquejar las gráficas de aceleración, velocidad y posición como funciones del tiempo.

Para concluir con la resolución del problema planteado, se sugiere elaborar una presentación que incluya la interpretación de fenómenos físicos en alguna de las siguientes opciones:

- Obtención de las ecuaciones de movimiento con aceleración constante.
- Cálculo del trabajo realizado por fuerzas variables.
- Interpretación del teorema trabajo-energía o del de impulso momento.

### **Proyecto integrador**

En esta unidad se concluye la resolución a la situación planteada, en esta última etapa hay que guiar al estudiante para terminar de solucionar la situación utilizando el cálculo integral, registrando su avance y conclusión en la bitácora, escribiendo el proceso que está llevando, así como la relación existente en los temas que se están abordando, destacando los procesos y actitudes que va tomando al momento de comenzar a resolver dicha situación.

Al finalizar, se propone que haya una autoevaluación y heteroevaluación de la bitácora considerando el instrumento de evaluación, además de asignar una nota.

### **Evidencias**

El docente puede escoger las evidencias necesarias para evaluar el logro del propósito de la unidad por parte del estudiante, por lo que se hace alusión a la experiencia del docente para que determine cuáles productos escoger y en qué momentos utilizarlos, así como proponer otros productos acordes a los criterios de evaluación. Se propone realizar alguna de las siguientes opciones:

Presentación en el que se muestre el análisis de movimiento y utilizar:

- Obtención de ecuaciones de movimiento por integración.

### **Criterios de evaluación**

#### **Conocimientos**

- Identifica las ecuaciones de movimiento de un objeto.
- Representa a la integral como un proceso al límite.
- Utiliza la integral en la resolución de problemas de física.
- Interpreta la integral en situaciones físicas.
- Implementa la integral para obtener ecuaciones que relacionen variables físicas.

#### **Habilidades**

- Organiza información.
- Comunica información científica de forma oral y escrita.
- Desarrolla el pensamiento lógico matemático.
- Utiliza las TIC para la realización de

- Gráficas de posición, velocidad y tiempo.
- Interpretación verbal de las gráficas y de las ecuaciones de movimiento.

Presentación en la que se explique cómo es posible calcular el trabajo realizado por una fuerza variable que incluya:

- Relación del trabajo con la integral.
- Interpretación gráfica y verbal.
- Ejemplo de aplicación.

Presentación del teorema trabajo-energía o del teorema impulso momento que incluya:

- Definición integral.
- Interpretación gráfica y verbal.
- Ejemplo de aplicación.

**Proyecto integrador:**

Bitácora con las reflexiones sobre el proceso de resolución de la situación problema.

proyectos.

- Construye esquemas, gráficas y límites de funciones para la resolución de problemas.
- Utiliza herramientas digitales para calcular e interpretar la integral en situaciones físicas.

**Actitudes**

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Tiene perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Participa en el desarrollo de las actividades y forma parte del trabajo colaborativo.
- Refleja una actitud abierta para movilizar saberes previos respecto a los modelos científicos.

**Valores**

- Respeta las opiniones, ideas y participaciones de sus pares y del profesor.
- Colabora durante el trabajo en equipo.
- Muestra solidaridad con las aportaciones e ideas en los proyectos (comparte aportaciones e ideas al equipo de trabajo).

## Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

**Arismendi, H., Carrillo, M. y Lara, M.** (2016). Cálculo. México: UNAM. Versión electrónica disponible en <http://valle.fciencias.unam.mx/licenciatura/bibliografia/arismendi.pdf>

**Young, H. y Freedman, R.** (2009). *Física universitaria con física moderna*, volumen I. México: Pearson Educación.

**Serway, R. y Vuille, C.** (2010). *Fundamentos de física*. México: CENAGE Learning.

## Bibliografía complementaria

**Hernández, M. A., Fragoso, J. A. y Vázquez, L. A.** (2017). *Física III*. México: Grupo Editorial Mx.

**Halliday D. y Resnick R.** (1999). *Física. Vol. 1: Versión ampliada*. México: Compañía Editorial Continental.

**Knight, R.** (2007). *Physics for scientist and engineers: A strategic approach*. California: PEARSON, Addison Wesley.

**López, R.** (2014). *Resolución de problemas en cálculo mediante nuevas tecnologías*. (Tesis de doctoral). Universidad de Granada, España. Disponible en <https://digibug.ugr.es/handle/10481/34712>

## Recursos de apoyo

**García, P.** (s/f). *Aplicaciones físicas de la derivada*. Disponible en [http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO\\_III\\_DERIVADA\\_II.pdf](http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/CAPITULO_III_DERIVADA_II.pdf).

**GeoGebra** (s/f). *Recursos para el aula*. Disponible en <https://www.geogebra.org/t/calculus>.

**Mathway** (s/f). *Calculo* [APP]. Disponible en <https://www.mathway.com/es/Calculus>.

**Scherfgen, D.** (2019). *Calculadora de integrales*. Disponible en <https://www.calculadora-de-integrales.com/>.

## **Perfil docente sugerido**

### **Perfil académico**

Licenciatura en el área de educación con especialidad en Física o ingeniería (Civil, Eléctrica y Electrónica, Geofísica, Geológica, Mecatrónica, Mecánica, Petrolera, Química, Ciencias de la Tierra, Física Biomédica) con formación docente demostrable (diplomados, especialidad, maestría o doctorado en el área de educación).

Preferentemente maestría o doctorado en el área de educación con especialidad en Física o maestría en Ciencias Físico-Matemáticas con formación para la docencia (diplomados, especialidad, maestría o doctorado en el área de educación).

Deseable: Experiencia de investigación en el área de enseñanza y aprendizaje de la Física.

### **Nivel académico**

Obligatorio nivel de licenciatura en el área de educación con especialidad en Física o ingeniería (Civil, Eléctrica y Electrónica, Geofísica, Geológica, Mecatrónica, Mecánica, Petrolera, Química, Ciencias de la Tierra, Física Biomédica) con formación docente demostrable (diplomados, especialidad, maestría o doctorado en el área de educación).

Maestría o doctorado en el área de educación con especialidad en física o maestría físico-matemática, Astrofísica, Ciencias Físicas (Física Médica, Física) con formación docente demostrable (diplomados, especialidad, maestría o doctorado en el área de educación).

Deseable: Experiencia de investigación en el área de enseñanza y aprendizaje de la Física.

### **Experiencia docente para:**

- Conducir grupos de nivel básico (secundaria), nivel medio superior (bachillerato) y/o educación superior.
- Planear y evaluar por competencias.
- Utilizar las TIC y las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de los estudiantes.
- Promover el trabajo colaborativo.

## Referencias del curso

**Martínez, J., López, R., Gras, A. y Torregrosa, G.** (2002). La diferencial no es un incremento infinitesimal. Evolución del concepto de diferencial y su clasificación en la enseñanza de la Física. En *Enseñanza de las ciencias*, vol. 20, núm. 2, pp. 271-283.

**Secretaría de Educación pública** (2019). *Normas Específicas de Control Escolar Relativas a la Sección, Inscripción, Reinscripción, Acreditación, Regularización, Certificación y Titulación de las Licenciaturas para la Formación de Docentes de Educación Básica en la Modalidad Escolarizada (Planes 2018)*. México: SEP. Disponible en [https://www.dgespe.sep.gob.mx/public/normatividad/normas\\_control\\_escolar\\_2018/normas\\_de\\_control\\_escolar\\_plan\\_2018.pdf](https://www.dgespe.sep.gob.mx/public/normatividad/normas_control_escolar_2018/normas_de_control_escolar_plan_2018.pdf)